

УДК 514.18

Олена БІДНІЧЕНКО

bidnichenko@rambler.ru

ORCID: 0000-0002-0548-3481

Олеся БЄЛОЗЬОРОВА

gusak1780@gmail.com

м. Миколаїв

СПОСІБ ГРАФІЧНОГО ПРЕДСТАВЛЕННЯ ГОЛОВНОГО ВЕКТОРА ПРОСТОРОВОЇ СИСТЕМИ СИЛ

Наведено графічний спосіб визначення головного вектора просторової системи сил шляхом їх розкладання на дві складові: горизонтальну та фронтальну (вертикальну). Використано методи нарисної геометрії для представлення системи сил та реалізації побудов. Подано графічні методи складання компланарних векторів різного спрямування. Розглянуто просторову систему чотирьох довільних сил та виконано побудови горизонтальної та фронтальної (вертикальної) проєкцій головного вектора.

Ключові слова: просторова система сил, складові вектора сили, головний вектор, рівнодіюча, паралельні вектори, некомпланарні вектори, графічний алгоритм складання векторів, спосіб представлення векторів на епюрі

Постановка проблеми

В багатьох задачах механіки заданими є відповідні сили, що діють на тіло або систему тіл. Під час розв'язання таких задач частіше за все використовуються аналітичні методи рішення. Оскільки сила є вектором, тобто графічним об'єктом, то уявляє інтерес знайти рішення (побудувати головний вектор) графічним способом.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Постійний розвиток геометричної науки, поява нового бачення та нових підходів до розв'язання практичних задач дають змогу використовувати геометричний апарат [1] та інші методи щодо отримання рішень задач механіки [2], в яких, наприклад, задану просторову систему сил (векторів) приводять до головного вектора та головного моменту. Оскільки головний вектор визначається величиною та напрямом, то він може бути побудований геометричними методами.

Постановка завдання

В цій статті автори спробували використати апарат нарисної геометрії для побудови проєкцій головного вектора просторової системи сил.

Виклад основного матеріалу

Будь-який просторовий вектор може бути розкладений за двома напрямками – горизонтальним та вертикальним. Такий прийом використовується при розв'язанні задач механіки. Якщо маємо просторову систему сил (систему векторів), то вона може бути замінена системами плоских (горизонтальних) та паралельних (вертикальних або фронтальних) векторів.

Припустимо, що задані чотири довільні просторові сили, що діють на тіло. Розкладемо кожен з них на горизонтальну та вертикальну складові та зобразимо їх на епюрі. Використовуємо аксіому, що вектор сили може бути перенесеним вздовж лінії дії сили, що дає змогу розташувати фронтальні проєкції векторів (фронтальна система сил) на одній горизонтальній лінії. Точкові горизонтальні проєкції дають однозначне визначення положення вектора у просторі.

На рис. 1 задано епюр чотирьох сил відповідними складовими \vec{P} та \vec{P}' ; \vec{Q} та \vec{Q}' ; \vec{R} та \vec{R}' ; \vec{T} та \vec{T}' . Потрібно побудувати проєкції головного вектора \vec{S} та \vec{S}' .

Для розв'язання задачі попередньо розглянемо графічні способи складання

непаралельних векторів у площині (складові горизонтальної системи векторів) та паралельних компланарних векторів (складові фронтальної системи векторів).

На рис. 2 задано вектори \vec{P} і \vec{Q} , які є складовими горизонтальної системи. Для побудови їх рівнодіючої (тобто визначення точки прикладення, лінії дії, напрямку та довжини) будуємо силовий трикутник. Для цього із довільної точки O будуємо вектор \vec{P} , а із його кінця проводимо вектор \vec{Q} . З'єднавши точку O з кінцем вектора \vec{Q} отримаємо довжину і напрям вектора рівнодіючої \vec{S} . Лінії дії сил \vec{P} і \vec{Q} перетинаються в точці A , із якої проведемо побудовану рівнодіючу \vec{S} .

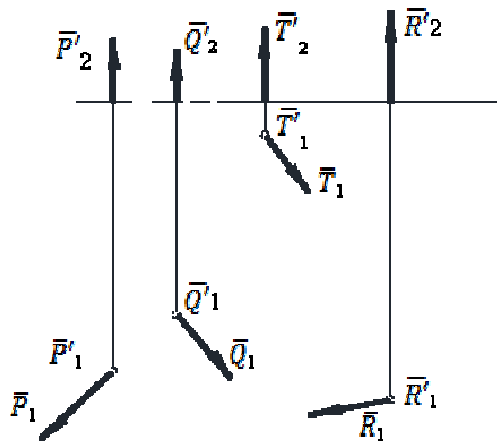


Рис. 1. Початкові дані

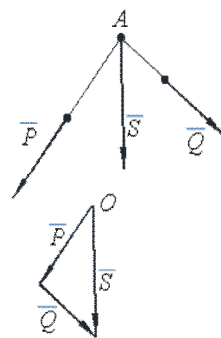


Рис. 2. Складання двох непаралельних векторів у площині

Розглянемо варіант паралельного розташування векторів \vec{P}' і \vec{Q}' , які входять до фронтальної системи векторів. На рис. 3 вони спрямовані в один бік, а на рис. 4 – в різні боки. Відомо, що лінія дії рівнодіючої поді-

ляє відстань між заданими паралельними силами на відрізки, обернено пропорційні цим силам. Уявляє інтерес отримати геометричне (графічне) розв'язання цієї задачі.

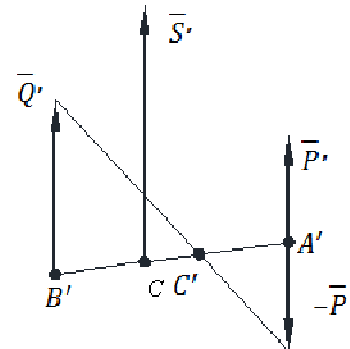


Рис. 3. Складання двох паралельних векторів, спрямованих в один бік

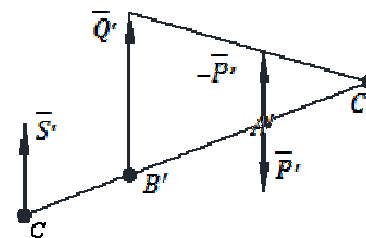


Рис. 4. Складання двох паралельних векторів, спрямованих у протилежні боки

Для отримання графічного рішення побудови рівнодіючої двох паралельних сил \vec{S}' та \vec{P}' побудуємо вектор $(-\vec{P}')$, який протилежно спрямований до заданого вектора \vec{P}' . Далі з'єднаємо кінці векторів \vec{Q}' та $(-\vec{P}')$. Лінія $A'B'$, що проходить через початок заданих векторів, перетинає лінію $\vec{Q}'(-\vec{P}')$ в точці C' . Якщо на відрізку $A'B'$ (див. рис. 2) відкласти від точки B' відстань $A'C'$, то отримаємо точку C , через яку проходить рівнодіюча. Довжина рівнодіючої дорівнює сумі довжин двох векторів \vec{P}' і \vec{Q}' . На рис. 3 точка C розташовується між точками A' та B' . Для протилежно спрямованих векторів (див. рис. 4) алгоритм побудови точки прикладення рівнодіючої буде такий же самий, але відрізки $A'C'$ та $B'C$ розташовуються поза $A'B'$. Довжина рівнодіючої дорівнює різниці довжин заданих векторів.

Для знаходження горизонтальної проєкції \vec{S} головного вектора системи зада-

них сил виконаємо побудови з використанням силового багатокутника. Побудуємо із довільної точки O послідовно задані вектори (рис. 5). Кінець попереднього вектора є початком наступного. Геометричну суму векторів \bar{P}_1 і \bar{Q}_1 позначено через $p q$, геометричну суму векторів \bar{P}_1 , \bar{Q}_1 і \bar{R}_1 позначено як $p q r$, сума всіх чотирьох векторів позначена $p q r t$. Цей кінцевий вектор визначає напрям та довжину шуканого вектора \bar{S}_1 .

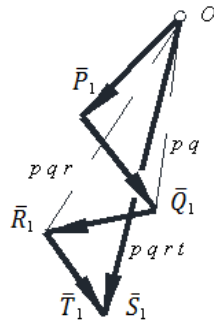


Рис. 5. Силевий багатокутник

Потрібно визначити точку прикладення вектора \bar{S} . Для цього безпосередньо на комплексному кресленні (рис. 6) виконуємо відповідні побудови за алгоритмом, який описано на рис. 1. Із точки перетину ліній дій векторів \bar{P}_1 і \bar{Q}_1 проведемо лінію паралельно визначеному на силовому багатокутнику напрямку $p q$ (на кресленні ці побудови показані штриховою лінією). Ця лінія $p q$ перетне подовження вектора \bar{R}_1 у деякій точці через яку проведемо лінію паралельно напрямку $p q r$. Цей напрям перетне лінію дії сили \bar{T}_1 в точці, що є початком головного вектора. Тобто через отриману таким чином точку проведемо відрізок паралельно напрямку $p q r t$ та довжиною, яку визначено на силовому трикутнику. Побудований вектор \bar{S}_1 є шуканою горизонтальною проекцією головного вектора заданої системи сил.

Потрібно побудувати фронтальну (вертикальну) проекцію головного вектора. Для цього розглянемо систему вертикальних складових заданих сил та використаємо алгоритм, що поданий на рис. 3.

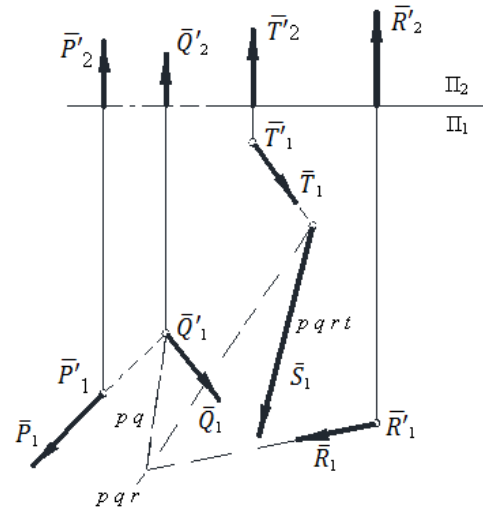


Рис. 6. Побудова горизонтальної проекції головного вектора

Побудуємо рівнодіючу векторів \bar{P}' і \bar{Q}' (рис. 7). Відкладаємо вектор $(-\bar{Q}'_2)$ протилежний до \bar{Q}'_2 та з'єднуємо його кінець з початком вектора \bar{P}'_2 . В перетині з лінією, що з'єднує початки векторів отримуємо точку C_2 . Відстань від C_2 до початку вектора \bar{Q}' відкладемо від початку вектора \bar{P}'_2 в бік вектора \bar{Q}' та отримаємо точку C'_2 , яка є точкою прикладення рівнодіючої. Горизонтальна її проекція C'_1 розташовується на лінії, що з'єднує початки горизонтальних

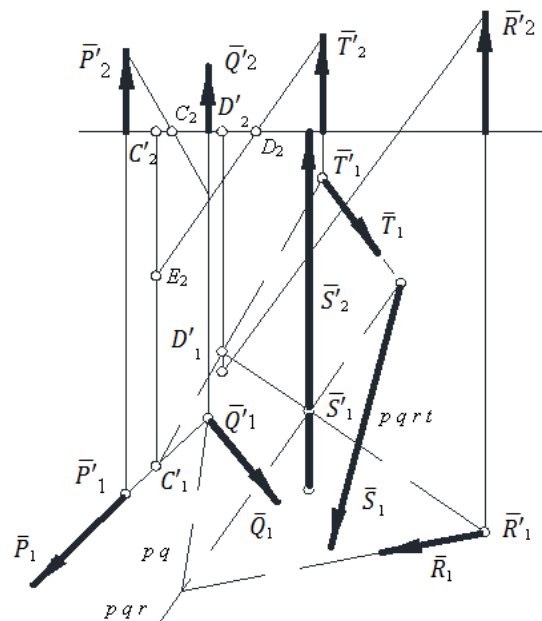


Рис. 7. Побудова проекцій головного вектора S просторової системи сил

проекцій векторів \bar{P}'_1 і \bar{Q}'_1 . Вздовж цієї вертикальної лінії відкладаємо довжину, що дорівнює сумі довжин векторів \bar{P}'_2 та \bar{Q}'_2 й отримуємо точку E_2 . Далі складаємо отриманий відрізок з вектором \bar{T}'_2 . З'єднавши їх кінці отримуємо точку D_2 та відклавши відстань до початку вектора \bar{T}'_2 від точки C'_2 отримуємо точку D'_2 , яка є точкою прикладення рівнодіючої. Горизонтальна її проекція D' належить лінії $C'_1T'_1$. Довжина вектора дорівнює сумі довжин векторів, що додаються. Відкладемо цю довжину вздовж вертикальної лінії через точку D'_2 та отриману точку з'єднаємо з кінцем вектора \bar{R}'_2 . За аналогічним алгоритмом додавання паралельних векторів отримуємо точку, через яку проходить

фронтальна (вертикальна) складова \bar{S}'_2 головного вектора системи сил. Її горизонтальна проекція \bar{S}'_1 розташовується на лінії $D'_1\bar{R}'_1$. Довжина шуканого відрізка дорівнює сумі довжин векторів, що додавалися.

Висновки і перспективи досліджень

Таким чином, отримано графічним способом горизонтальну \bar{S}'_1 та фронтальну (вертикальну) \bar{S}'_2 проекції головного вектора просторової системи заданих сил. Представлені графічні методи побудови можуть бути використаними для розв'язання задач механіки, пов'язаних із векторами довільної просторової системи сил.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Борисенко, В.Д. Основи нарисної геометрії: підручник [Текст] / В.Д. Борисенко, О.Г. Бідніченко. – Миколаїв, – НУК, 2014. – 328 с.
2. Федуліна, А.І. Теоретична механіка: навчальний посібник [Текст]. – К.: Вища школа, 2005. – 319 с.

Helen BIDNICHENKO, Olesya BELOZYOROVA
Mykolayiv

METHOD OF GRAPHIC REPRESENTATION OF THE MAIN VECTOR OF THE SPATIAL SYSTEM OF FORCES

A graphical method for determining the main vector of a spatial force system is presented by decomposing them into two components: horizontal and frontal (vertical). The methods of descriptive geometry are used to represent the system of forces and implement the constructions. Graphic methods of addition of coplanar vectors of different directions are shown. The spatial system of four arbitrary forces is considered. Constructions of the horizontal and frontal (vertical) projections of the main vector are satisfied.

Keywords: *spatial force system, force vector components, main vector, resultant, parallel vectors, noncoplanar vectors, graphical vector addition algorithm, method for representing vectors on the diagram.*

Елена БИДНИЧЕНКО, Олеся БЕЛОЗЕРОВА
Николаев

СПОСОБ ГРАФИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГЛАВНОГО ВЕКТОРА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Приведен графический способ определения главного вектора пространственной системы сил путем их раскладывания на две составляющие: горизонтальную и фронтальную (вертикальную). Используются методы начертательной геометрии для представления системы сил и реализации построений. Показаны графические методы сложения компланарных векторов разного направления. Рассмотрена пространственная система четырех произвольных сил и выполнены построения горизонтальной и фронтальной (вертикальной) проекций главного вектора.

Ключевые слова: *пространственная система сил, составляющие вектора силы, главный вектор, равнодействующая, параллельные векторы, некопланарные векторы, графический алгоритм сложения векторов, способ представления векторов на эюре.*

Стаття надійшла до редколегії 13.10.2017